

På insidan av detta blad finns ett exempel på integrering av en rationell funktion (jämför med leap. 6.3). De rationella funktionerna bildar den största klassen av funktioner, där anti-derivatan alltid är en elementär funktion.

Integreringen sker i fyra steg:

1. Lång division, så täljarens gradtal blir lägre än nämnarens gradtal.
2. Uppdelning av nämnar-polynom i faktorer med grad ≤ 2 . Detta kan vara svårt, om nämnaren har högt gradtal.

3. Uppdelning i partialbråk

4. Själva integreringen (steg 1-3 var förberedelser).

Torsdagen 24.11. har vi 3:e datorövningen. Uppgifterna delas ut separat.

Teorin för torsdagens uppgifter nedan kommer vi förmodligen gå igenom först efter torsdagen, men praktiken borde vara bekant från gymnasiet.

Ti: 1a) 5.5. 7/9 b) 5.5. 8/10 c) 5.5. 17/19 d) 5.5. 18/20

2a) 5.6. 7/9 b) 5.6. 12/14 c) 5.6. 15/17 d) 5.6. 23/27

3a) 5.7. 9 b) 5.7. 11 (Uppl. 5/upp. 4 ovan)

4) Kurvan $27y^2 = x^2(9-x)$ bildar en ögla som i figuren till höger.

a) Ansätt att $y = y(x)$ och bestäm

punkterna, där kurvan har

horisontell tangent mha. implicit derivering.

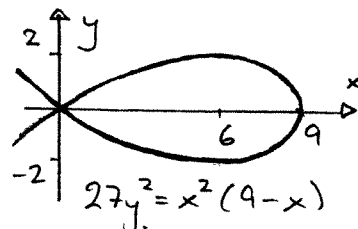
b) Ansätt att $x = x(y)$ och bestäm punkterna, där

kurvan har vert. tangent mha. implicit derivering.

c) Bestäm tangentlinjens lutning i origo (där kurvan skär sig själv) mha. explicit derivering.

d) Beräkna arean inmanför öglan.

Demo: a) 5.5. 45/47 b) 5.5. 46/48 c) 5.5. 52/54



Fredagens heftal på baksidan.

Fr: Beräkna följande anti-derivator (obestämda integraler):

1a) $\int x \cdot \sin(3x^2) dx$

b) $\int x \cdot \sin(3x) dx$

c) $\int (e^{2x} / (1 + e^{2x})) dx$

d) $\int (e^x / (1 + e^{2x})) dx$

2a) $\int (\sin x)^{-1} dx = \int \csc x dx$

b) $\int \sin^{-1} x dx = \int \arcsin x dx$

c) $\int \sin^3 x dx = \int (\sin x)^3 dx$

d) $\int \sin^2 x \cos^4 x dx = \int (\sin x)^2 \cdot (\cos x)^4 dx$

märk bristen på logik vid jämförelse av beteckningarna i a), b) resp. c), d). Tyvärr är dessa ologiska beteckningar standard.

3a) 6.1.31 b) 6.1.32 (bägge upplagorna)

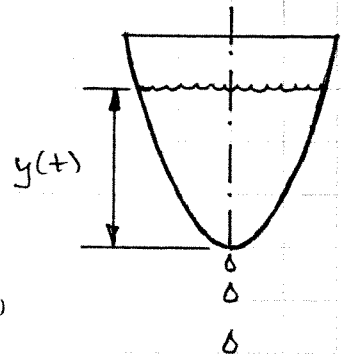
4a) Beräkna $\int dx / \sqrt{x^2 + 5}$ mha. Eulers substitution $t = x + \sqrt{x^2 + 5}$.

b) Beräkna $\int dx / \sqrt{x^2 + 5}$ mha. den trig. subst. $x = \sqrt{5} \cdot \tan \theta$.

Demo: Klepsylhydran (vattenuret):

Torricellis lag säger att då en vätska läcker ut genom botten på ett kärl, sker det så att $dV/dt = -k \cdot \sqrt{y(t)}$,

där y är vätskedjupet. Vi konstruerar en rotations-symmetrisk skal, där vätskedjupet sjunker med konstant hastighet.



OH CALCULUS, OH CALCULUS

(To: "Oh, Christmas Tree")

Oh, Calculus; Oh, Calculus,
How different seem thy branches.
Oh, Calculus; Oh, Calculus,
How different seem thy branches.
Derivatives tell us the rate,
For areas we integrate.
Oh, Calculus; Oh, Calculus,
How different seem thy branches.

Derivative. Derivative,
The limit your foundation,
Derivative. Derivative,
The limit your foundation.
A quotient, both parts growing nil,
Behold you reach a value still.
Derivative. Derivative,
The limit your foundation.

Oh, Integral; Oh, Integral,
Partitions getting finer.
Oh, Integral; Oh, Integral,
Partitions getting finer.
Add more and more of less and less,
The errors disappear, we guess.
Oh, Integral; Oh, Integral,
Partitions getting finer.

Oh, Calculus; Oh, Calculus,
United are thy branches.
Oh, Calculus; Oh, Calculus,
United are thy branches.
Because of that eternal gem,
The Fundamental Theorem.
Oh, Calculus; Oh, Calculus,
United are thy branches.

by Leon Hall and Ilene Morgan
University of Missouri-Rolla