<u>Deltentamen 2</u> äger rum måndagen 14.11. kl. 16-19. Samma regler gäller som för deltentamen 1. Deltentamen 2 omfattar <u>kap. P och 1 – 4.5</u> i Adams. De matematiska verktygen för kap. 3.4-4.5 ges i de tidigare avsnitten, så dessa tillägnas sedan främst via <u>självstudier.</u>
På insidan av detta blad finns en tillämpning av 2:a ordningens linjära homogena <u>differentialekvationer</u>, som behandlas i kap. 3.7. Studera hur den fysikaliska situationen leder till en differentialekvation och hur vi får lösningen till den mha. en lämplig ansats.

Ti: 1) Ekvationen $x^2 + e^{3x} = y + \cos y$ definierar funktionen $y = f(x)$ implicit i en omgivning av $x = 0$, så $f(0) = 0$. Beräkna $f'(0)$ och $f''(0)$.

2) En boll släpps ned från ett 80m högt torn. 3s senare kastas en annan boll efter den första. Med vilken begynnelsehastighet måste den andra bollen kastas för att bollarna skall träffa marken samtidigt. Bortse från luftmotst. och använd $g = 10\,m/s^2$ för enkelhets skull.

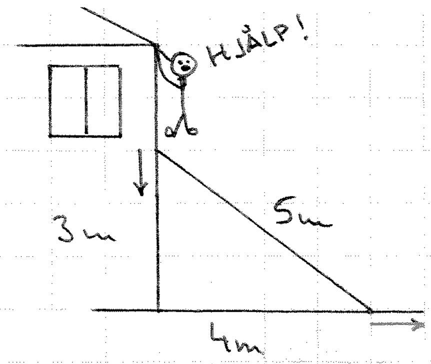
3) Investmentbolaget Bluff & Båg utlovar exponentiell tillväxt på sina kunders pengar med en fördubbling av kapitalet på bara 3år. En kund investerar 1.500€ hos B&B.
a) Hur stort är kundens kapital efter 2år (exakta svaret och svaret avrundat till hela €)?
b) Hur länge dröjer det innan kapitalet ökat till 4.000€ (exakta svaret och svaret avrundat till hela mån)?

4) Använd hjälpfunktionen $h(t) = \frac{1}{t} \cdot \ln t$ för att visa att $2^4 = 4^2$ är den enda icke-triviala heltalslösningen till ekvationen $a^b = b^a$; $a, b > 0$. (Det finns också triviala heltalslösningar: $a = b \in \mathbb{N} = \{1, 2, 3, \ldots\}$.)

Demo: a) Antag att funktionen $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ uppfyller kraven i) $g'(0) = 1$ och ii) $g(x_1 + x_2) = g(x_1) \cdot g(x_2)$.
Vi visar att $g(x) = \exp(x)$, så dessa två krav kan användas för att definiera exponential-funktionen.
b) Vi visar att arctan inte är en rationell funktion, trots att dess derivata är en rationell funktion.

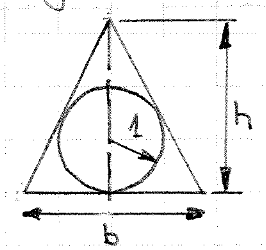
Fredagens hemtal på baksidan

Fr: 1) En 5 m lång stege glider ned längs och ut från en vägg. Då dess övre ända befinner sig på höjden 3 m (och den nedre ändan följdaktligen på avst. 4 m från väggen), glider den nedåt med hast. 20 cm/s. Hur fort glider den nedre ändan ut från väggen i just det ögonblicket?

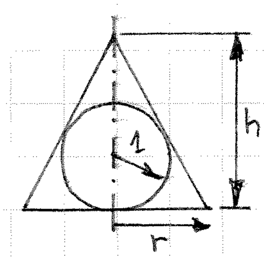


2) Calvin håller på att fylla en sfärisk ballong med vatten så att vattenvolymens ökningshastighet är konstant f (enh. dm^3/min). Hur fort ökar ballongens area (enh. dm^2/min) och radie (enh. dm/min) i det ögonblicket då arean är A_0 (enh. dm^2)? Ge svaren uttryckta i f och/eller A_0.

3a) Visa att av alla likbenta trianglar, i vilken en cirkel med radien 1 får plats, är det den liksidiga triangeln med höjden 3, som har minsta arean.



b) Bestäm radien r och höjden h hos den räta cirkulära konen med den minsta volymen, i vilken ett klot med radien 1 får plats.



4) 4.5.43 i Adams

Demo: Vi studerar den dämpade harmoniska oscillatorn till höger och bestämmer fjäderkonstanten och dämpningen med hjälp av enkla mätningar.