Mat-1.187 Dynaamisten systeemien erikoiskurssi

Eirola/S. Hyvönen K2000

4. Laskuharjoitus

pe 3.3. klo 14-16 U322

1. (monisteen tehtävä 3.1.8). Tarkastellaan Lorenzin systeemiä

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \sigma(x_2 - x_1) \\ \rho x_1 - x_1 x_3 - x_2 \\ x_1 x_2 - \beta x_3 \end{bmatrix}$$

   parametrien arvoilla $\sigma = 10$, $\rho = 28$, $\beta = 8/3$. Laske origon epästabiili monisto ja kahden muun tasapainotilan (jotka ovat lähellä pisteitä $[\pm 8, \pm 8, 28]$) stabiilit monistot. Integroi kaarenpituuteen > 100 asti.

2. (monisteen tehtävä 3.1.9). Tarkastellaan epästabiilin moniston laskemista kaksiulotteisessa tapauksessa numeerisen graafitransformaation avulla. Tällöin otetaan (pieni) hila U ja iteroidaan siitä lähtien (katso monisteen sivu 50). Vakuuttaudu siitä, että (a) jos A_u on diagonalisoituva ja sillä on reaaliset ominaisarvot, U saadaan käyttämällä distretoitua suunnikasta; (b) jos ominaisarvot ovat toistensa kompleksikonjugaatteja, U:na voi käyttää ellipsiä. Mikä olisi järkevä valinta U:ksi, jos

$$A_u = \begin{bmatrix} 1.1 & 1 \\ 0 & 1.1 \end{bmatrix}?$$

3. (monisteen tehtävä 3.1.10). Olkoon data

$$(x_1, f_1), \ldots, (x_m, f_m) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^p,$$

   annettu. Halutaan laskea interpoloitu arvo $\hat{f}$ pisteessä $\hat{x}$. Otetaan $n+1$ kappaletta pistettä $\hat{x}$ lähinnä olevaa pistettä $x_{j_0}, \ldots, x_{j_n}$. Olkoon f affiini kuvaus joka saa arvot $f_{j_0}, \ldots, f_{j_n}$ näissä pisteissä. Aseta $\hat{f} = f(\hat{x})$. Milloin tämä on hyvin määritelty? Millaisen lausekkeen saat $\hat{f}$:lle datan funktiona?

4. Olkoon $B = \{b_1, b_2, \ldots, b_m\}$ suljetun käyrän diskretaatio (katso monisteen sivu 54). Olkoon L taso. Kirjoita `Matlab`-ohjelma, joka laskee käyrän B ja tason L leikkauksen.

5. Olkoon T sellainen kolmio $\mathbb{R}^3$:ssa, jonka kärjet ovat pisteissä a, b ja c. Olkoon s suora jonka määrittävät piste x ja suuntavektori v. Kirjoita `Matlab`-ohjelma, joka laskee leikkaako suora s kolmion T, ja jos niin missä pisteessä $p = \lambda a + \mu b + \nu c$, $\lambda + \mu + \nu = 1$. (Huom. voit laskea missä pisteessä $p = \lambda a + \mu b + \nu c$ suora leikkaa kolmion muodostaman tason, ja jos $\lambda, \mu, \nu > 0$ niin suora leikkaa kolmion.) Tätä soveltaen laske kolmion pistettä x lähinnä oleva piste.