Mat-1.187 Dynaamisten systeemien erikoiskurssi

Eirola/S. Hyvönen K2000

2. Laskuharjoitus

pe 4.2. (1. laskuharjoitus + teht. 1-2) ja 11.2. (teht. 3-6) U322 klo 14:00-15:30

HUOM. harjoitukset alkavat klo 14:00 tasan!!!

1. (monisteen tehtävä 7.1). Formuloi ja todista diffeomorfismeille teoreema joka on analoginen virtausten Lyapunovin stabiilisuusteoreeman (teoreema 5.5) kanssa.

2. (monisteen tehtävä 7.2). Olkoon p funktion ϕ hyperbolinen kiintopiste. Osoita että on olemassa $\mu < 1$ ja normi $|\cdot|_*$ siten että vastaavassa matriisinormissa pätee

$$\left|D\phi(p)|_{E^s}\right|_* < \mu \quad \text{ja} \quad \left|D\phi(p)^{-1}|_{E^u}\right|_* < \mu$$

missä E^s ja E^u ovat $D\phi(p)$:n ykköstä pienempiä ja suurempia ominaisarvoja vastaavat invariantit aliavaruudet.

3. Näytä, että lauseen 7.1 todistuksen g antaa p:n epästabiilin moniston.

4. Tarkastellaan lauseen 7.1. todistusta. Valitaan $\mathrm{Lip}(\sigma) \leq d$, $d > 0$ mielivaltainen, kiinteä. Meneekö todistus näinkin läpi? Toisin sanoen, tuleeko H:sta kontraktio $\mathrm{Lip}_d(B^u_\epsilon, B^s_\epsilon)$:ssa (riittävän pienellä ϵ)?

5. Epästabiilin moniston pisteitä voi laskea yksinkertaisesti ottamalla $x^0 = p + \epsilon u$, $u \in E^u$ ja iteroimalla. Kokeile tätä kuvauksen

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1.42 - x_1^2 + 0.3x_2 \\ x_1 \end{pmatrix}$$

kiintopisteille (esim. matlabilla).

6. Stabiileja monistoja voidaan piirtää vastaavasti iteroimalla ϕ^{-1}:llä lähtien pisteestä $x^0 \in p + \epsilon v$, $v \in E^s$. Piirtele näitäkin edellisen tehtävän kiintopisteille.