Teknillinen korkeakoulu
Johdatus solmuteoriaan, kevät 2002
Laskuharjoitus 3. (8.2.)

1. a) Osoita, että sekä kolmiapilasolmu 3_1 että kahdeksikkosolmu 4_1 ovat kääntyviä, ja että 4_1 on myös peilautuva. (Riittää esittää uskottava selitys)
   b) Mikä virhe sisältyy seuraavaan päättelyyn: Ajatellaan solmu 3_1 asetetuksi kahden yhdensuuntaisen tason väliin. Kun projisioidaan (sopivaan suuntaan) solmu ensimmäiselle tasolle, saadaan eräs kaavio, kun projisioidaan toiselle, saadaan ensimmäisen kaavion peilikuva. Toisaalta kyseessä ovat saman solmun kaksi kaaviota, joten 3_1 on peilautuva.
   c) Suunnatun solmun kaavio piirretään piirtoheitinkalvolle. Jos kalvo käännetään nurinpäin, saadaan erään toisen suunnatun solmun kaavio. Mikä yhteys on näiden kahden suunnatun solmun välillä?

2. Osoita, että ominaisuus <Solmun kaaviolla on väritys> säilyy, kun kaaviota muunnetaan Reidemeisterin siirroilla. (Muista tutkia kaikki olennaisesti erilaiset tapaukset!)

3. a) Osoita, ettei Whiteheadin kytkös ole ekvivalentti triviaalin kytköksen kanssa vertaamalla niiden värityksiä.
   b) Tutki solmujen 3_1 ja 4_1 ekvivalenttisuutta väritysten avulla.

4. a) Totea solmutaulukon avulla, että kaikki n risteyksen solmut ($n \leq 5$) muuttuvat triviaaleiksi, kun k kappaleessa risteyksiä ylitys ja alitus vaihdetaan keskenään, ja että voidaan valita $k \leq (n-1)/2$.
   b) Todista, että a-kohdan ominaisuus pätee yleisesti. (Idea riittää, ei tarkkaa todistusta Reidemeisterin siirtojen avulla. Pienin mahdollinen k on solmun **nollausluku**. (Keksi parempi suomennos? Engl. = unknotting number)

Huom: Viikolla 8 eli 22.2. ei hiihtoloman vuoksi ole luentoa eikä harjoituksia.