

Mat-1.2531 Diskreetin lineaarimatematiikka

LIEN RYHMÄT JA MONISTOT k 2006

Luennot: ti 10-12 0322 } K. Peltanen
to 12-14 " }

Harjoitukset: pe 12-14 " Matias Dahl

Suoritus: 5 op

1° 2 välikoeita + viikottaiset harjoitukset
(2x.24p) (12p)

2° tentti

3° Kurssin aihepiiriin liittyvä (HYVIN RAJATTU) harjoitusyo.

4° Yhdistelmä edellisistä

Tavoite: Tutustutaan Lien ryhmiin ja niiden geometriaan matriisi-ryhmien kautta.

Kirjallisuutta:

A. Arvanitoyeorgos: An Introduction to Lie Groups and the Geometry of Homogeneous Spaces, 1999

A. Baker: Matrix Groups (An Introduction to Lie Group Theory), 2001

→ W. Rossmann: Lie Groups (An Introduction Through Linear Groups), 2002

K. Tapp: Matrix Groups for Undergraduates, 2005

Tausta-artikkele:

R. Howe: Very basic Lie theory, American Mathematical Monthly, 90 (1983) 600-623

"Matriisiryhmä" \triangleq ryhmä kääntynä
matriiseja

Esim.

- 4-dim topologia, hiukkasfysiikka, Yang-Mills yhteydet
esit. $Sp(1) \times Sp(1) \rightarrow SO(4)$ (2 to 1)
- grafiikka ohjelmointi: 3-ulotteisten
objektien siirto ja pyörittäminen ryhmillä
- differentiaaliyhtälöiden teoria
 e^A (L3)
- Universumin mahdollisten muotojen
mallinnus S^3/\mathbb{Z}_2 (Weeks)
- Kvantitasenta = jono unitaarisia
transformaatioita (Wobbers)
- Lineaarialgebra: matriisien normaalimuodot
 \leadsto topologia, diskreetti matematiikka,
tileistohede
- (Ricmannin) geometria = invarianttien
tutkimista matriisiryhmien operoimissa
avaruudessa

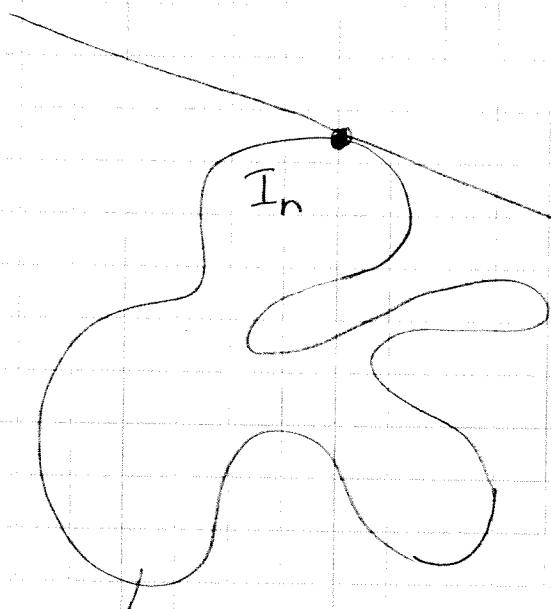
Sisältö:

1. Matriiseista
2. Matriisiryhmät reaalina matriisiryhminä
3. Ortogonaaliset ryhmät
4. Matriisiryhmien topologiaa
5. Lien algebrat
6. Matriisin eksponenttifunktio
7. Matriisiryhmät monistoina
8. Lien hakatulo
9. Maksimaaliset torukset
10. Kompaktien Lien ryhmien geometriaa

* * *

Idea: Matrisiryhmä yhtä aikaa algebrallinen ja geometrisen objekti.

sen teoria: $G \leftrightarrow \mathfrak{g}$ vastaavuus



\mathfrak{g} Lie algebra
 • vektorivaruus
 • Lien haluttelo
 - lin. objekti
 Es. Odeellisen informaation ryhmästä G

G (matrisi) ryhmä
 Lien
 - epälin. objekti

LINJAARIALGEBRA

esim. $\{A \in M_n(\mathbb{R}) \mid \det A \neq 0, AA^T = I_n\}$

ALGEBRA

GEOMETRIA:

ANALYYSI

- Minkö muotoisen on ryhmä G ?

→ topologiset ominaisuudet
 (avoin / suljettu / kompakti / yhtenäinen /
 polku-yhtenäinen / monisto)

→ mikä lauseita melkoista (monistolla) G ?
 • geodeesit
 • kaarenumera