

## Kurssin päätös

Pieniä muutoksia harj2-paperiin, vrt. Noppa-uutiset.

Ke 28.3. käydään läpi Doku-ratkaisuja ja voidaan käyttää hiukan aikaa tehtävien tekemiseen, alle tunnin kuluttua saa merkata listaan, mitä on tehnyt, loppuaika käytetään ratkaisujen läpikäyntiin. Tällöin oppilaat saavat esitellä myös omia ratkaisujaan.

Vapaaehtoiset dokut saa lähettää:

[heikki.apiola@aalto.fi](mailto:heikki.apiola@aalto.fi) - osoitteeseen ma 2.4.2012 klo 12.00 mennessä (muutettu edellisestä versiosta).

Matlab-oppia (kädestä pitäen neuvoja):

[math.tkk.fi/~apiola/matlab/opus/lyhyt/ODE.html](http://math.tkk.fi/~apiola/matlab/opus/lyhyt/ODE.html)

<http://math.tkk.fi/~apiola/matlab/opus/lyhyt/tehtavia4.html>

---

Hyvä DokuT:n aihe: Heiluriyhtälö ja suuntakenttä interaktiivisine ratkaisukäyrineen.

Myös tähtäysmenetelmä käy.

1. Kirjoita heiluriyhtälö  $\Theta'' + \frac{g}{L} \sin(\Theta) = 0$  ensimmäisen kertaluvun systeemiksi ja samantien Matlab-funktioksi (joko inline tai m-tiedosto). Voit ottaa  $g/L = 1$ .

Laske ratkaisu sopivalla aikavälillä (esim.  $[0, 10]$ ) ja kolmella erilaisella alkuarvolla, joilla saat erityyppiset ratkaisut. Käytä `ode45`-funktiota.

Piirrä ratkaisukäyrät aikatasoon ja trajektorit faasitasoon.

2. Tee sama Maplella. Yritä ensin analyttistä ratkaisua. Siirry sitten numeeriseen, syntaksi on muuten sama, mutta lisätään attribuutti `numeric`. Lisäksi suosittelen valitsimen `output=listprocedure` käyttöä.

3. **Reuna-arvotehtävä tähtäysmenetelmällä** (Moler odes teht. 7.19 ss. 45–47.) Olkoon ratkaistavana reuna-arvotehtävä  $y'' = y^2 - 1$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y(1) = 1$ . Tee Matlab-funktio, joka ottaa argumentikseen "alkunopeuden"0:ssa ja palauttaa vastaavan AA-tehtävän ratkaisun arvon 1:ssä, vähennä siitä vielä 1, niin sinulla on funktio, jota sopii tarjota `fzero`lle.

4. Ratkaise sama RA-tehtävä Maplella. Yritä ensin analyttistä. Jos/kun mitään ei palaudu, voit asettaa esim `infolevel[dsolve]:=3:`. Näet ainakin, mitä Maple yrittää.

Siirry sitten tyyppiin `numeric`, homma sujuu ongelmitta.

Muutaman kokeilun jälkeen huomasin, ettei sujukaan. Numeerisen ratkaisun määrittelyminen parametrissa riippuvaksi funkioksi on aikamoista temppuilla, tällaisella kurssilla ei kannata siihen paneutua, koska Matlab-ratkaisu on hyvin selkeä ja ongelmaton.

### **Muutetaan tehtävä helpommaksi:**

Suorita Maplella suoraan reuna-arvotehtävän ratkaisu (luultavasti Maple laskee sen differenssimenetelmällä). Syntaksi on aivan sama kuin alkuarvotehtävälle, nyt vain annetaan pelkät reunaehdot.

Helpin esimerkkien avulla pääset kiinni ratkaisufunktioon.

Suuntakenttiä ja vuorovaikutteista ratkaisukäyrien piirtoa. Voit liittää edellä oleviin seuraavien ohjeiden mukaisesti. Muuta inline-määrittelyt funktiokahvoiksi.

[http://math.tkk.fi/opetus/kp3-ii/08/matlab/ODE\\_ohje.html](http://math.tkk.fi/opetus/kp3-ii/08/matlab/ODE_ohje.html)

<http://math.tkk.fi/opetus/numsym/04/L/ODEmlb1.html>

Lopuksi voit hakea täältä <http://math.rice.edu/~dfield/> tiedostot `dfield8.m` ja `pplane8.m`, ja nautiskella hienon GUI-ohjelmoinnin hedelmistä. `dfield` - yhden (1. kl) yhtälön suuntakenttä, `pplane` -  $2 \times 2$  autonomisen systeemin faasitaso.

Maplessa on `DEplot`, etuna yhtenäinen doku, interaktiivisuudessa ja ratkaisujen tarkkuudessa, tehossa, monipuolisuudessa, näyttävyydessä jää jälkeen Matlab-vastaavasta.